求解非线性方程组

微分修正法：

算例一：考虑如下二维方程组



其中一个解是 ，初值选为和

算法一：微分修正/牛顿法

Jacobian矩阵：

迭代公式：

①传统牛顿法：Classical Newton’s method



②Trapezoidal Newton’s method：（TN）

，其中

③ Midpoint Newton’s method（MN）

，

④Harmonic Newton’s Method （HM）

，

收敛率的计算  ， 分别对应线性二次和三次收敛（Linear，Quadratically， Cubic convergence）。

结果：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 初值 | 迭代次数 | 误差 | 收敛阶数 |
| Newton法(CW) | （0.1,0.1） | 5 | 3.1616e-9 | 2 |
| Midpoint Newton | （0.1,0.1） | 4 | 6.6613e-16 |  |
| UPE | (0.1,0.1) | 5 | 3.6030e-14 | 2 |
| Newton法(CW) | （0.9,0.5） | 60 | 0 | 2 |
| Midpoint Newton | （0.9,0.5） | >100 | 不收敛 |  |
| UPE | （0.9,0.5） | 10 | 1.2108e-13 | 2 |
| Newton法(CW) | （0.5,0.5） | 16 | 3.9968e-15 |  |
| Midpoint Newton | （0.5,0.5） | 59 | 7.3274e-15 |  |
| UPE | （0.5,0.5） | 16 | 4.3712e-13 |  |

The order of convergence is  . The  are four consecutive iterations closer to the solution.

UPE收敛阶数为2

UPE中的采样策略：

之前的设置为，导致采样点权重严重扭曲化，无法取得较好的结果。

对的取值要求比较高，当取值在1-2时，不收敛，或收敛的阶数为1；

而当为等小量级时，收敛阶数为2。